1. **Постановка задачи**

Дано параболическое начально-краевое уравнение относительной функции :

, 

C начальным условием:

,

И некоторыми краевыми условиями, при  и при .

Функция  аппроксимируется линейными базисными функциями на каждом конечном элементе. Решение ищется при .

1. **Дискретизация по времени**

Аппроксимируем производную искомой функции по времени следующей неявной схемой:



Тогда исходное уравнение можно переписать, как эллиптическое уравнение:



Введём обозначения:







Получаем:



1. **Вариационная постановка и дискретизация**

Рассмотрим гильбертово пространство  со своим скалярным произведением и нормой:

, .

Выполним для уравнения вариационную постановку Галёркина: домножим скалярно правую и левую часть на функцию , где - множество функций, удовлетворяющих однородным первым краевым условиям. В данном случае рассмотрим следующие краевые условия: , , тогда получим:





При этом, функция , базисные функции – линейные .

1. **Вычисление элементов матрицы для метода простой итерации**

Коротко метод простой итерации записывается следующим выражением: 

Элементы матрицы  вычисляются по следующим формулам:



И к последнему элементу идёт добавка от краевых условий: 

Учитывая то, что базисные функции линейные и финитные эти выражения можно преобразовать и использовать локальные матрицы для сбора. Общая структура матрицы будет трёхдиагональной:





Тогда локальная матрица вычисляется следующим образом







Вычисление локального вектора правой части:



Раскрыв скобки и вычислив интегралы, получим:



1. **Вычисление элементов матрицы для метода Ньютона**

Формирование локальных линеаризованных матриц в методе Ньютона происходит по следующей формуле:





Вычислим производные, которые входят в формулы:





Пусть зависимость  от  задана следующим образом: , введём функцию , тогда выражение для производной можно переписать, как:





В матричном виде:







